

Управляемое открытие с интерактивной математикой

Владимир Дубровский
СУНЦ МГУ

От экспериментов к «управляемым открытиям»

- Интерактивные математические системы открыли значительно более широкие возможности обучать и учиться, проводя математические эксперименты
- Целью эксперимента может быть самостоятельное получение учащимися новых знаний, обучение через «открытие»
- Чтобы открытие, запланированное учителем, состоялось, в сценарий эксперимента включают т.н. *scaffolding* («строительные леса») – подсказки и наводящие вопросы

В результате приходим к концепции «управляемого открытия», появившейся в педагогике задолго до ИМС

Больше «управления» или больше «открытия»?

Подсказки могут быть:

- подробными или скупыми
- прямолинейными или неявными
- визуальными, или вербальными, или символьными

Но в любом случае школьник в ходе этой деятельности «открывает велосипед»

Более того, практически всегда это «заранее объявленный велосипед»



Примеры

Модели, которые будут показаны, реализованы в среде «Математический конструктор». В их сценариях мы стремились к увеличению доли «открытия» по сравнению с «управлением».

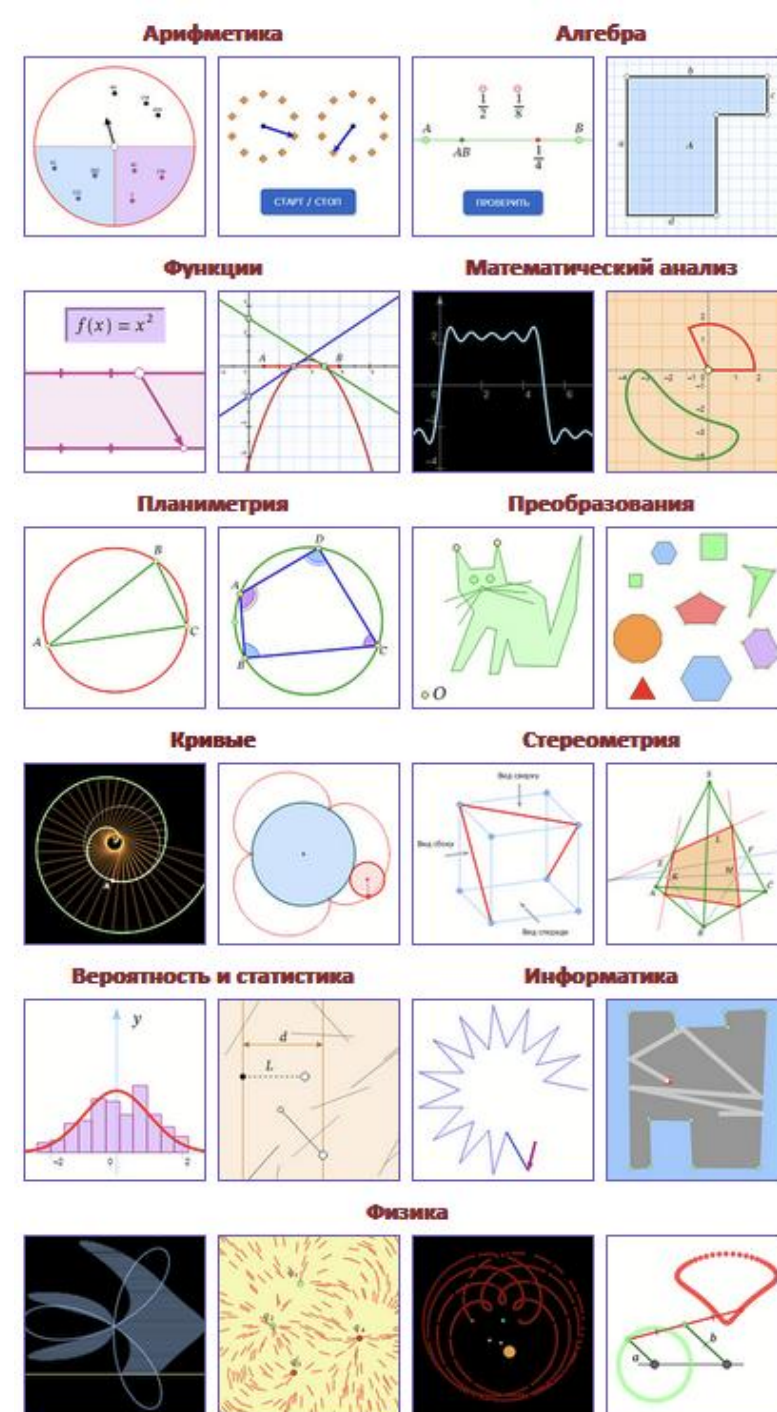
И, по возможности, не объявляем, что за «велосипед» собираемся открывать.



Математический
Конструктор

версия
11

© ООО «1С-Публишинг», 2007–2024
© ООО «Виртуальная лаборатория», 2009–2024

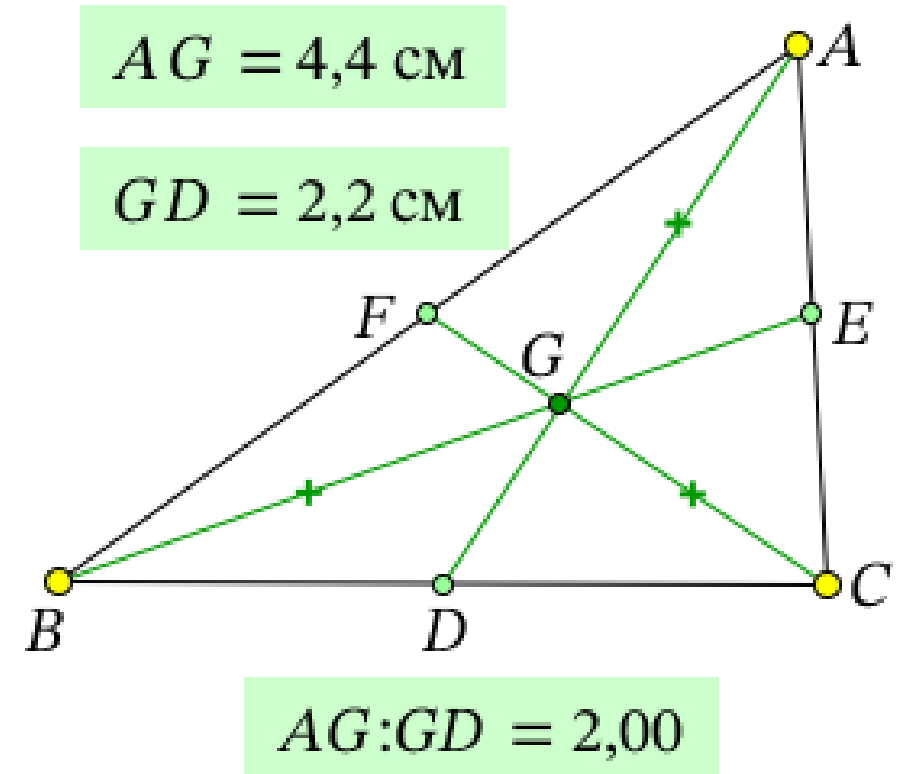


Свойство медиан треугольника

Это один из самых первых примеров УО в ИМС, воплощающий фундаментальную идею поиска инварианта при вариации.

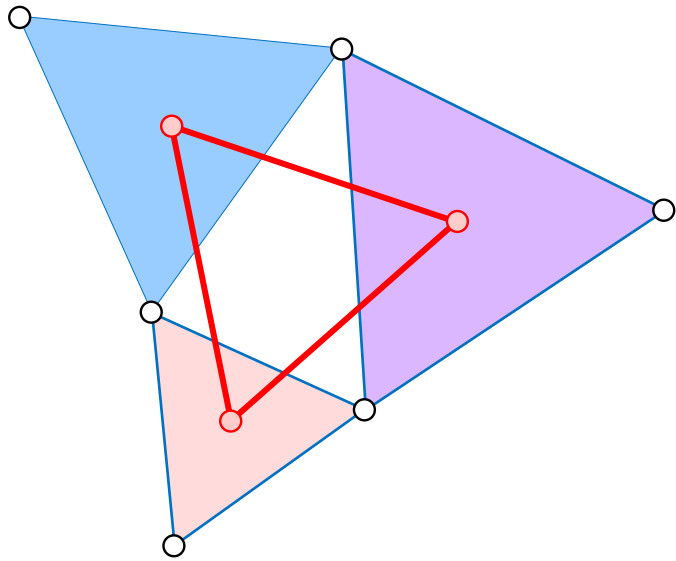
Для первого утверждения теоремы (о точке пересечения) «леса» не нужны.

Навести на утверждение об отношении отрезков медианы можно по-разному.

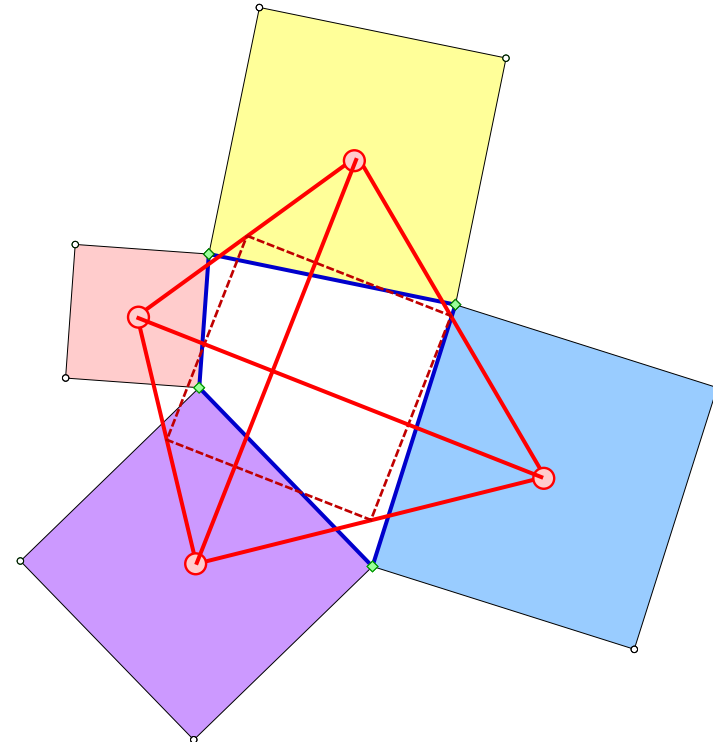


Теоремы Наполеона и ван Обеля

Утверждение теоремы Наполеона почти столь же наглядно очевидно, как свойство медиан.

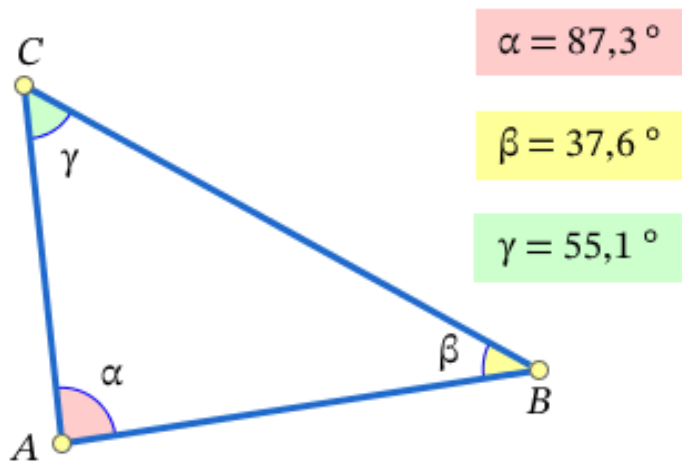


Понять по модели, в чем состоит теорема ван Обеля, труднее. Но подсказки помогают



Сумма углов треугольника

Обычный сценарий



Подвигайте вершины треугольника и установите закономерность.

НАЙТИ СУММУ $\alpha + \beta + \gamma$

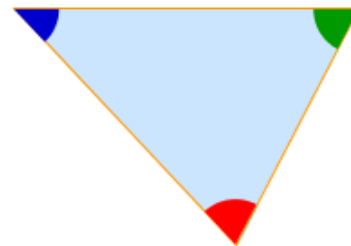
$$\alpha + \beta + \gamma = 180,0^\circ$$

Какое свойство углов треугольника позволяет замостить плоскость его копиями без пробелов и перекрытий?

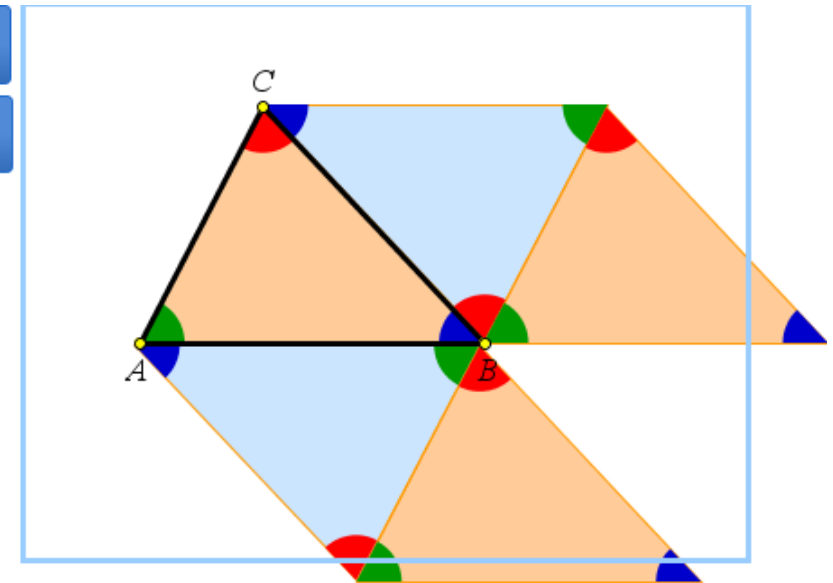
Проверьте свою гипотезу измерением.

Выдать копию

Выдать перевернутую копию



Проверить покрытие

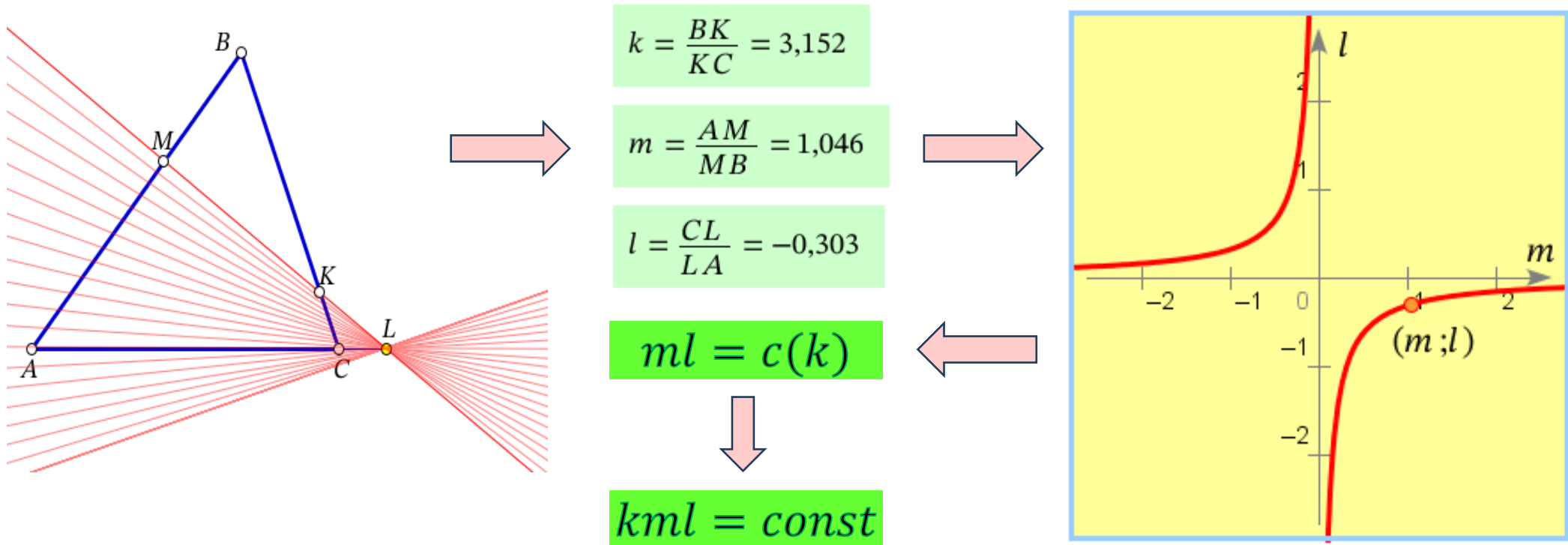


Теорема Менелая

Условие коллинеарности трех точек на сторонах треугольника выражается довольно сложной формулой $\frac{AM}{MB} \cdot \frac{BK}{KC} \cdot \frac{CL}{LA} = -1$.

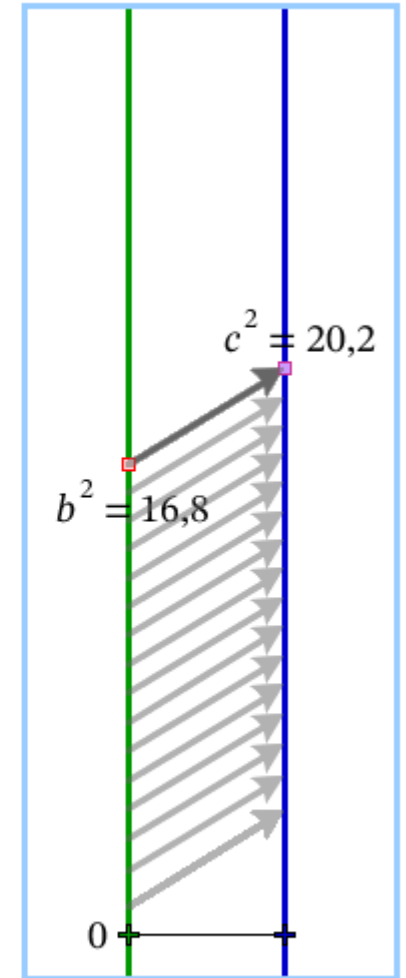
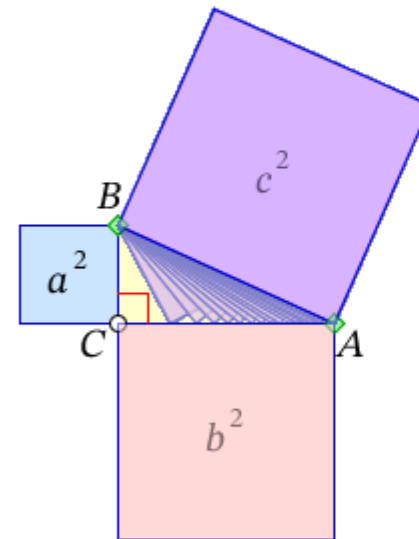
Как организовать её «открытие»?

Ключевая идея здесь – определение формулы зависимости по её графику, который строится непосредственно по измеренным геометрическим величинам.



Теорема Пифагора

Наиболее наглядный и очевидный способ представления зависимости между площадями квадратов на гипотенузе и катете (при фиксированном другом катете) — т.н. «динографик»



$$a^2 = 3,4$$

$$b^2 = 16,8$$

$$c^2 = 20,2$$

Примеры моделей